EUCLIDES

MAANDBLAD
VOOR DE DIDACTIEK VAN DE EXACTE VAKKEN

ORGAAN VAN
DE VERENIGINGEN WIMECOS EN LIWENAGEL

MET VASTE MEDEWERKING VAN VELE WISKUNDIGEN
IN BINNEN- EN BUITENLAND

35e JAARGANG 1959/60

III - 1 NOVEMBER 1959

INHOUD

P. NOORDHOFF N.V. - GRONINGEN

Het tijdschrift **Euclides** verschijnt in tien afleveringen per jaar. Prijs per jaargang *f* 8,00; voor hen die tevens geabonneerd zijn op het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde is de prijs *f* 6,75.

De leden van *Wimecos* krijgen *Euclides* toegezonden als officieel orgaan van hun vereniging; het abonnementsgeld is begrepen in de contributie (*f* 8,00 per jaar, aan het begin van het verenigingsjaar (1 september t.e.m. 31 augustus) te storten op postrekening 143917 ten name van de Vereniging van Wiskundeleraren te Amsterdam).

De leden van *Liwenagel* krijgen *Euclides* toegezonden voor zover ze de wens daartoe te kennen geven en *f* 5,00 per jaar storten op postrekening 87185 van de Penningmeester van Liwenagel te Amersfoort.

Indien geen opzegging heeft plaats gehad en bij het aangaan van het abonnement niets naders is bepaald omtrent de termijn, wordt aangenomen, dat men het abonnement continueert.

Boeken ter bespreking en aankondiging aan Dr. W. A. M. Burgers te Wassenaar.

Artikelen ter opname aan Dr. Joh. H. Wansink te Arnhem.

Opgaven voor de „kalender" in het volgend nummer binnen drie dagen na het verschijnen van dit nummer in te zenden aan A. M. Koldijk, Singel 13 te Hoogezand.

Aan de schrijvers van artikelen worden gratis 25 afdrukken verstrekt, in het vel gedrukt; voor meer afdrukken overlegge men met de uitgever.

Prof. Dr. WALTER LIETZMANN †

1880—1959

Op 12 juli 1959 overleed te Göttingen in de ouderdom van 79 jaar Prof. Dr. W. Lietzmann, een Duits wiskundige en didacticus, wiens uitvoerig œuvre ook in Nederland grote bekendheid en waardering heeft verworven. Hij is werkzaam geweest als Oberstudiendirektor der Oberschule für Jungen te Göttingen en was hoogleraar aan de Göttinger Universiteit.

Lietzmann behoort tot de belangrijkste leiders van de Reformbeweging, die sinds de eerste jaren van deze eeuw in Duitsland onder leiding van Felix Klein tot ontwikkeling is gekomen. Hij nam een voorname plaats in onder de leiders van de deutschen Ausschuss für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht (DAMNU) en in de IMUK, de Internationale Mathematische Unterrichtskommission, waar hij reeds als jong leraar tot de vertrouwde medewerkers van Klein behoorde en belangrijke publicaties over het Duitse wiskunde-onderwijs verzorgde.

In de periode tussen de beide wereldoorlogen heeft Lietzmann met tal van Nederlanders vriendschappelijk contact onderhouden. In 1924 maakte hij een studiereis naar Nederland en hield voor het Nutsseminarium voor Paedagogiek te Amsterdam een voordracht over „Der Funktionsbegriff in den höheren Schulen Deutschlands", waarvan men een verslag kan vinden in de eerste jaargang van Euclides. In 1954 maakte Lietzmann nog deel uit van de Duitse delegatie naar het Internationaal Mathematisch Congres te Amsterdam en nam daar deel aan didaktische bijeenkomsten.

Ook in Nederland verwierf zijn driedelige „Methodik des mathematischen Unterrichts" grote bekendheid. Het gaf een uitvoerige documentatie over diverse aspecten van de wiskundige onderwijstechniek en had tot doel de jonge leraar te helpen in het verkrijgen van een eigen habitus in zijn onderwijs. Minder bekend is hier te lande wellicht zijn tweedelig werk „Mathematik in Erziehung und Unterricht", door hem in samenwerking met U. Graf geschreven als een uitwerking van de richtlijnen „Erziehung und Unterricht in der

höheren Schule", in 1938 door de toenmalige Duitse machthebbers voorgeschreven.

Na de oorlog heeft Lietzmann zijn didactisch werk onvermoeid voortgezet. Met Behnke e.a. voerde hij de redactie van het belangrijke tijdschrift „Mathematisch-Physikalische Semesterberichte zur Pflege des Zusammenhangs von Schule und Universität" en publiceerde o.a. Schulreform und Mathematischer Unterricht, Elementare Kugelgeometrie, Elementare Kegelschnittlehre und Sonderlinge im Reiche der Zahlen. Uit een vroegere periode kennen we van hem tal van werkjes uit zijn Mathematisch-Physikalische Bibliothek.

Meer dan 30 jaren lang is Lietzmann hoofdredacteur geweest van het Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

Vele Nederlanders zijn mede door zijn geschriften opgewekt om zich voor de methodiek en de didaktiek van hun vak te interesseren.

JOH. H. WANSINK

RAPPORT OVER HET MECHANICA-ONDERWIJS OP HET GYMNASIUM

1. Op initiatief van de groep leraren in wiskunde en natuurwetenschappen van het Genootschap (Liwenagel) is door Liwenagel en Velines een gemeenschappelijke commissie ingesteld om te rapporteren over het onderwijs in de mechanica aan gymnasia. De commissie zou in het bijzonder aangeven
a) welke onderwerpen behandeld moeten worden;
b) de verdeling van de leerstof over natuurkunde en wiskunde.

De commissie was als volgt samengesteld:

Drs. A. M. van Dommelen, Rotterdam, aangewezen door Velines,
Dr. R. L. Krans, Arnhem, aangewezen door Liwenagel, voorzitter,
Dr. J. Schweers, Rotterdam, aangewezen door Velines,
Dr. P. G. J. Vredenduin, Oosterbeek, aangewezen door Liwenagel.

2. Het leerplan voor de gymnasia schrijft expliciet voor dat de mechanica als onderdeel van de natuurkunde onderwezen moet worden. Voorts staat in het leerplan van de wiskunde voor de β-leerlingen: aandacht dient te worden besteed aan de toepassingsmogelijkheden in de natuurkunde (snelheid, versnelling, arbeid, potentiaal, energie). Deze onderwerpen behoren alle tot de mechanica.

De commissie meent dat de mechanica terecht als *onderdeel van de natuurkunde* in het leerplan opgenomen is. Niet alleen is de mechanica van fundamentele betekenis voor andere delen van de natuurkunde, maar haar waarde berust juist op haar toepasbaarheid voor de beschrijving der verschijnselen. Een te absolutistische behandeling van de mechanica brengt het gevaar mee dat de leerlingen verkeerd gevormd worden; zij krijgen de indruk dat de (logisch perfecte) mechanica het enige realiseringsraam der natuur is; hun geest wordt geblokkeerd voor het accepteren der

natuurkundige concepties van de 20e eeuw, waarbij een begrenzing van de (klassieke) mechanica door quantumtheorie en relativiteitstheorie aan de dag gekomen is.

De aansluiting van de mechanica bij het overige deel van de natuurkunde maakt het mogelijk de mechanische wetten toe te lichten met voorbeelden uit andere gebieden dan die der mechanische traditie. Zo komt de parabolische beweging niet alleen voor bij de worp van massadeeltjes in het gravitatieveld, maar ook bij geladen deeltjes in een elektrisch veld. De eigenschappen van de eenparige cirkelbeweging en de dynamica van draaiende lichamen vindt men evenzeer in het magnetische veld en in de atomaire structuren als bij de centrifuge en de tol.

Naar de mening van de commissie behoort de keuze der mechanica-onderwerpen op het gymnasium niet gebonden te zijn door de h.b.s.-traditie, maar door de betekenis die deze onderwerpen in het geheel der natuurkunde hebben.

Evenwel vraagt het onderwijs in de mechanica van de natuurkundeleraar een ander accent in zijn lessen dan bij voorafgegane natuurkundige hoofdstukken zoals warmte, licht en het begin van de stromende elektriciteit. De mechanica geeft minder aanleiding tot directe proeven; zij dankt haar onstaan meer aan abstractie uit de ervaring dan aan bepaalde experimenten.

Door haar abstraherende aard bedient de mechanica zich in ruime mate van de wiskundige taal. Zij vereist voortdurend een vaardig hanteren van de algebra, meetkunde, goniometrie en infinitesimaalrekening. Overleg tussen de docenten voor wiskunde en natuurkunde ten einde een doeltreffende coördinatie tussen beide vakken te bereiken is noodzakelijk.

De commissie meent dat van de wiskundedocent verlangd mag worden dat deze bewust een taak ten behoeve van het onderwijs in de mechanica op zich neemt. Deze taak behelst het tijdig behandelen van die wiskundige begrippen en methoden, die in de mechanica nodig zijn (zie punt 4). Voorts het ontlenen van voorbeelden en vraagstukken aan de mechanica (ook andere gebieden der natuurkunde komen hiervoor in aanmerking).

Het aanbrengen van de fysische betekenis der mechanische begrippen is niet de taak van de wiskunde- maar van de natuurkundeleraar.

Met instemming nam de commissie kennis van de mening van de inspectie-VHMO dat, bij de taakverdeling tussen de wiskunde en de natuurkunde, de wiskundeleraar wel een deel van het mechanica-onderwijs op zich neemt maar dat dit deel niet tot de

examenstof voor het schriftelijk examen wiskunde gerekend wordt.

De commissie wijst er met nadruk op dat het *huidige* aantal lesuren voor natuurkunde op gymnasium-β *te klein* is om de natuurkunde met inbegrip van de mechanica bevredigend te onderwijzen.

3. De commissie acht behandeling van de volgende onderwerpen noodzakelijk:

I *Kinematica.*

a) *Eéndimensionale beweging.*

Plaats als functie van tijd.
Eenparige beweging; snelheid van een punt, dat zich eenparig beweegt.
Gemiddelde snelheid; snelheid op een tijdstip.
Eenparig versnelde beweging; versnelling van een punt dat zich eenparig versneld beweegt.
Valbeweging.
Gemiddelde versnelling en versnelling op een tijdstip.
Harmonische beweging.

b) *Tweedimensionale beweging.*

Scalaire grootheden en vectoren; som en verschil van vectoren.
Plaats, snelheid en versnelling als vectoren.
Cirkelbeweging; hoeksnelheid en hoekversnelling; tangentiële en radiële component van de versnelling.
Samenstelling van bewegingen; ontbinding van de kinematische grootheden in componenten evenwijdig aan de coördinaatassen.
Kogelbaan.

II *Dynamica*

Kracht; statische krachtmeting; samenstelling van krachten.
Kracht als oorzaak van versnelling; traagheidswet.
Verband tussen kracht en versnelling; Atwood (of analoog toestel).
Massa; $F = ma$.

Eenheden (mks stelsel, verband tussen newton en kgf).
Massa en gewicht.
Actie en reactie.
Hellend vlak.
Wrijving.
Middelpuntzoekende kracht bij cirkelbeweging.
Gravitatiewet van Newton, tevens als voorbeeld van een kracht evenredig met r^{-2}; methode ter bepaling van de evenredigheidsgrootheid in de gravitatiewet.
Kracht evenredig met r (veerkracht).
Slinger en slingerwetten (alleen de mathematische slinger).
Bepaling van g.

III *Arbeid, impuls en energie.*

Impuls van een kracht; impuls van een lichaam (hoeveelheid beweging).
Wet van behoud van impuls.
Arbeid.
Energie; wet van arbeid en kinetische energie; wet van behoud van mechanische energie.
Centrale botsing; botsing tegen een wand.
Krachtveld; potentiaal in conservatief krachtveld.

IV *Vaste lichamen.*

Uitwerking van een kracht blijft hetzelfde als het aangrijpingspunt langs de werklijn wordt verplaatst. Samenstelling van in één vlak gelegen krachten die op een lichaam aangrijpen; koppel.
Begrip zwaartepunt.
Hefboom; moment van een kracht t.o.v. een punt; draaiing om een as.
Gevallen van evenwicht.
Draaiing van een lichaam om een vaste as; impulsmoment; wet van behoud van impulsmoment.

Voor enkele onderwerpen uit de mechanica wijst de commissie op andere plaatsen in de natuurkunde, waar deze onderwerpen directe toepassing vinden.

De harmonische beweging is de basis voor de trillingsleer en de voortplanting van golven; hierop berusten de hoofdstukken ge-

luid, licht, elektrische trillingen en elektromagnetische golven.

De hoeksnelheid gebruikt men bij de draaiing van een lichaam om een as en bij wisselstromen.

Kennis van de cirkelbeweging is nodig voor de behandeling van de centrifugale verschijnselen, van de wetten van Kepler, het atoommodel en van de baan van een geladen deeltje in een magnetisch veld met haar vele elektronische toepassingen: massaspectrograaf, cyclotron, wilsonvat, elektronenmicroscoop enzovoort.

Op de kogelbaan van een geladen deeltje in een elektrisch veld is reeds gewezen. Ook hiervan bestaan vele elektronische toepassingen b.v. de elektronenstraalbuis.

De dynamica van de massapunten gebruikt men telkens bij de gastheorie en in de elektriciteitsleer.

Vòòr de reactiewet wijzen wij op de krachten tussen massapunten, tussen ladingen en tussen stroomgeleiders.

De impuls- en botsingswetten vinden toepassing in de gastheorie, bij kernreacties en bij het comptoneffect.

De gravitatiewet van Newton is voor het astronomische wereldbeeld en voor de verklaring van de valbeweging van fundamentele betekenis; de actualiteit van de ruimtevaart (kunstmanen en kunstplaneten) noopt tot grotere aandacht voor deze wet, evenals voor het onderscheid tussen zware en trage massa.

Het mechanische energiebegrip is een der onmisbare uitgangspunten om tot de meest omvattende natuurkundige wet, het energieprincipe, te komen.

Het potentiaalbegrip kan men zowel bij het gravitatieveld als bij elektrische velden gebruiken; ook ten behoeve van de elektronica en elektrodynamica moeten de leerlingen ermee vertrouwd zijn.

Het koppel en het moment van een kracht t.o.v. een as vinden toepassing bij de torsiebalans, de spoelgalvanometer, de motor en de dynamo.

Voor de wet van behoud van impulsmoment kan men voorbeelden van stabiliteit tengevolge van de draaiende beweging aanhalen (draaiende aarde, hoepel, gyroscopisch kompas). De betekenis van de spin van het elektron is zonder het begrip impulsmoment niet te vatten. De beschrijving van het vectormodel van het atoom maakt vaak van de term impulsmoment gebruik.

4. Naar de mening van de commissie kunnen de volgende onderwerpen door de wiskundeleraar behandeld worden.

- Plaats, snelheid en versnelling (niet vectorieel, dus versnelling

alleen van een rechtlijnige beweging); snelheid als afgeleide van de plaatsfunctie, versnelling als afgeleide van de snelheid, afgelegde weg als integraal van de snelheid, snelheidstoename als integraal van de versnelling.

Arbeid als integraal van de kracht naar de weg; potentiaal in een constant krachtveld, speciaal: potentiaal in een homogeen veld, in een veld waarin de veldsterkte omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand tot een vast punt is, en in een veld waarin de veldsterkte evenredig is met de afstand tot een vast punt.

Impuls als integraal van de kracht naar de tijd; impuls van een kracht = toename *mv* van een lichaam.

Energie van een geladen geleider.

Harmonische trilling, mathematische slinger.

Harmonische golven; energie van een harmonische golf.

De commissie acht het gewenst dat de wiskundeleraar het vectorbegrip behandelt en waar mogelijk in de wiskundelessen toepast.

De commissie acht het noodzakelijk in het begin van klasse Vβ van het gymnasium direct ten minste twee uur per week aan differentiaalrekening te besteden.

5. Opmerkingen in verband met de te behandelen onderwerpen.

Het accent moet vallen op het bijbrengen van een goede waardering van de fundamentele betekenis van de mechanica voor de natuurkunde, van een juist inzicht in de mechanische begrippen en op de hantering van deze begrippen bij de verklarende beschrijving van natuurkundige verschijnselen. De docent bestede niet te veel tijd aan vraagstukken. Ook niet aan problemen, die eigenlijk op perfectionering van de vraagstukkentechniek neerkomen, zoals de combinatie van kogelbaan met hellend vlak.

De gevoeligheid van een balans behoeft niet behandeld te worden.

Aan het onderscheid tussen zware en trage massa kan aandacht geschonken worden, o.a. in verband met ruimtevaartproblemen.

Wij wijzen op de volgende grenzen van de toepasbaarheid van de schoolmechanica.

I De schoolmechanica geldt alleen voor snelheden die klein zijn vergeleken met de lichtsnelheid. Worden de snelheden verge-

lijkbaar met de lichtsnelheid, dan gelden de volgende regels niet meer:

a) de massa van een lichaam is onafhankelijk van de snelheid van dat lichaam;

b) het opteltheorema van snelheden.

II De schoolmechanica geldt alleen voor lichamen, die groot zijn vergeleken met moleculen. Polarisatieeffecten en quantumverschijnselen laten wij in de mechanica geheel buiten beschouwing.

Eenheden. In verband met het gebruik van het mksA-stelsel bij de elektriciteitsleer dient bij de mechanica de hoofdaandacht op de hiertoe behorende eenheden te vallen. Dit is dus op het coherente stelsel waarvan de basiseenheden zijn: de meter als eenheid van lengte, het kilogram als eenheid van massa en de seconde als eenheid van tijd.

Het lijkt de commissie onnodig om naast dit mks-stelsel een tweede dynamisch eenhedenstelsel te gebruiken. Wellicht komt het sommige collega's te radicaal voor het cgs-stelsel niet meer te behandelen, o.a. omdat men dit stelsel nog in vele publicaties tegenkomt, vooral op universitair niveau. De commissie meent echter dat dit geen reden is om *alle* leerlingen, waaronder zij, die niet in de natuurwetenschappen zullen gaan doorstuderen, met beide stelsels en de diverse omrekeningen vertrouwd te maken. Het is meer de taak van de hogeschool of universiteit om de studenten in deze breder te onderrichten.

Wat de statische eenheden betreft meent de commissie dat het overbodig is hiervan een geheel coherent stelsel te beschouwen. De z.g. grootstatische massaeenheid behoeft niet expliciet ingevoerd te worden. Wel behoren de meest gebruikte statische eenheden zoals de kilogramkracht en de kilogramkrachtmeter een plaats in ons onderwijs in te nemen.

Voor behandeling van kleinstatische eenheden is weinig reden; zij kan geheel achterwege blijven.

Hoewel de paardekracht als eenheid van vermogen door een lelijk verband met de basiseenheden het gebouw der eenheden ontsiert, dienen onze leerlingen toch te weten wat er onder verstaan wordt. Dit geldt ook voor het kilowattuur.

6. Terminologie.

Voor de bij het mechanicaonderwijs te gebruiken termen ver-

wijst de commissie naar het symbolenrapport van Velines[1]) en het rapport van de „nomenclatuurcommissie" van Wimecos en Liwenagel[2]).

Wel willen wij op een paar punten attenderen:

a) De verschillende betekenissen die aan het symbool s toegekend worden. De betekenis van het symbool s wordt in de boeken wel eens gewijzigd zonder dat dit duidelijk gezegd wordt. Bij een rechtlijnige beweging stelt $s(t)$ nu eens de coördinaat voor, dan weer de afgelegde weg in de tijdsduur $\Delta t = t - 0$. Als op $t = 0$ het massapunt in de oorsprong is, vallen beide betekenissen meestal samen; is dat niet het geval, dan verzuimt men vaak aan te geven was s voorstelt.
Met instemming vestigt de commissie de aandacht op de volgende alinea's uit het rapport van de „nomenclatuurcommissie":
„Men moet onderscheid maken tussen de baancoördinaat en de afgelegde weg. De baancoördinaat van een punt is de langs de weg gemeten afstand van een aangenomen nulpunt tot het punt (voorzien van een teken), terwijl de afgelegde weg het verschil is tussen de baancoördinaten van het punt op de twee tijdstippen. Om misverstand te voorkomen, voegen we hier nog aan toe, dat de afgelegde weg niet hetzelfde is als wat in het dagelijks leven onder afgelegde weg verstaan wordt, doch overeenkomt met de grootte van de verplaatsing.
De baancoördinaat van een punt is een functie van de tijd. Deze functie zouden we de plaatsfunctie willen noemen. Als notatie stellen we voor: $u(t)$. De afgelegde weg is een functie van twee variabelen; we willen deze noteren: $s(t_1, t_2)$. Volgens deze afspraken is dus $s(t_1, t_2) = u(t_2) - u(t_1)$."
De commissie adviseert de uitdrukking $s(t)$, dus van een functie van één variabele, alleen te gebruiken als afkorting voor $s(0, t) = u(t) - u(0)$.

b) Men make in de notatie onderscheid tussen tijd als „tijdstip" en als „tijdsduur".
Tijdstippen geve men aan door t, tijdsduren door Δt.

c) Vermijd het woord „druk", waar „kracht" beter op zijn plaats is, zoals in opwaartse kracht, hydrostatische kracht, normale kracht enz. Het woord „druk" heeft in de historie een wijziging in betekenis ondergaan; in de mechanica duiden wij er de grootte van het quotiënt kracht/oppervlakte mee aan.

d) De commissie geeft de voorkeur aan de naam massapunt boven de uitdrukking stoffelijk punt.

e) Vroeger verstond men algemeen onder de „slingertijd" de tijdsduur, waarin de slinger zich van zijn ene uiterste stand naar zijn andere uiterste stand verplaatst. Thans is het gebruikelijk de slingerbeweging als een periodieke beweging te behandelen en dan de slingertijd te identificeren met de periode (trillingstijd). De commissie adviseert om ook bij het onderwijs op de gymnasia de slingertijd gelijk aan de trillingstijd te nemen.

[1]) FARADAY 26: bijlage na blz. 120; 1956/7. De op blz. 93 e.v. van genoemde jaargang afgedrukte lijst wijkt in een zestal punten van de definitieve lijst af.

[2]) EUCLIDES 35: 49—78; 1959/60.

EEN AFSCHEID.

Op zaterdag 24 oktober nam Dr. Joh. H. Wansink afscheid als directeur van de Lorentz-H.B.S. te Arnhem. Van degenen, die voor de talrijke aanwezigen het woord voerden, noemen we hier de inspecteur Dr. D. N. van der Neut, de wethouder van Onderwijs J. Bronkhorst, mej. M. C. Corbeau (namens de collega's rectores en directeuren), Dr. P. G. J. Vredenduin (namens Wimecos, Liwenagel en Euclides), A. J. Dunnebier (namens de leraren van de Lorentz-H.B.S.). Uit alle toespraken bleek hoe groot de waardering is voor het werk dat de scheidende directeur verrichtte voor het onderwijs in Arnhem en voor het wiskunde-onderwijs in Nederland en daarbuiten.

Behalve Dr. Vredenduin waren aanwezig voor Wimecos J. F. Hufferman en voor Euclides H. W. Lenstra en A. M. Koldijk.

Wij mogen ons gelukkig prijzen, dat Dr. Wansink niet afscheid neemt als voorzitter van Wimecos en van de redactie van Euclides. Moge hij nog vele goede jaren in deze functie werkzaam kunnen zijn.

DE MEETKUNDE

door

Dr. A. van HASELEN

In het rapport over het meetkundeonderwijs in Nederland, dat professor Freudenthal [1]) voor de conferentie te Edinburgh heeft samengesteld, vinden we in het artikel van de heer Boermeester antwoorden van wiskundeleraren op de vraag: wat is volgens U het *doel* van het meetkundeonderwijs.

Op deze vraag worden 18 antwoorden gegeven met een formele doelstelling en 7 met een materiële.

Als we deze antwoorden bekijken, kunnen we ons afvragen of het doel de middelen heiligt, en zo ja, of het gestelde doel ook werkelijk te bereiken is.

Mocht dit werkelijk het geval zijn, dan blijft nog de vraag over of het verantwoord is, dat we 8½ à 9 wekelijkse lesuren op school voor het onderwijs in de vlakke meetkunde en de stereometrie uittrekken. Zou het niet mogelijk zijn, dat we een gedeelte van deze uren aan nuttiger onderwerpen konden besteden?

Het antwoord op deze laatste vraag hangt samen met de *waarde*, die we aan het meetkundeonderwijs toekennen.

Het zal iedereen wel duidelijk zijn, dat er eerst een antwoord op de vraag naar de waarde van het meetkundeonderwijs gegeven dient te worden — en dan liefst een antwoord, dat alle leraren bevredigt — voordat we kunnen nagaan, wat de inhoud van ons meetkunde-onderwijs moet zijn.

Persoonlijk heb ik sterk het gevoel, dat we veel te veel lesuren aan de meetkunde besteden. We zouden m.i. met 3 wekelijkse lesuren minder moeten kunnen volstaan. Gelukkig is er door het nieuwe programma al heel wat ballast overboord gegooid.

Het nieuwe programma bepaalt eigenlijk niet de manier, waarop het meetkundeonderwijs gegeven moet worden. Het geeft alleen de aanduiding, dat het begin een inleiding moet zijn en verder worden er enige onderwerpen opgesomd, die behandeld moeten worden.

---

[1]) Report on methods of initiation into Geometry; Dr. H. Freudenthal; Wolters.

Om zich ervan te overtuigen, dat er heel wat manieren zijn om meetkundeles te geven, verdient het aanbeveling, enige buitenlandse leerboeken te bekijken, b.v. het Franse van Emile Borel [2]) en het Zwitserse van Gonseth und Marti [3]). In beide boeken wordt veel aandacht besteed aan de beweging van figuren. In het laatste wordt verder voor de axomatiek 47 bladzijden uitgetrokken en voor de geschiedenis 20 bladzijden.

Lambacher en Schweizer [4]) (beide in Tübingen) hebben in hun serie meetkundeleerboekjes twee uitgaven verzorgd nl. een uitgave E (vorwiegend Euclidisch) en een uitgave A (vorwiegend Abbildungsgedanken).

In een artikel over het meetkundeonderwijs in Polen zegt Straszewiez [5]): „In Polen wird dem Geometrieunterricht der Unterstufe von Anfang an die Idee der Beweglichkeit der Figuren zugrunde gelegt."

In het mededelingenblad van de Wiskunde werkgroep van de W.V.O. van november 1958 geeft de heer Krooshof een citaat, waarin de Duitse didacticus Dr. Kuno Fladt klaagt over de conservatieve methoden van het wiskundeonderwijs in Duitsland. Fladt zou graag zien, dat de begrippen transformatie, vector en groep daar in het wiskundeonderwijs werden behandeld.

Toch is het Duitse wiskundeonderwijs niet zo conservatief als het onze. Als Kuno Fladt [6]) de Duitse meetkundeboeken bespreekt, vertelt hij, dat Freutlein en Henrici in 1881 al een leerboek geschreven hebben, dat opgezet en ingedeeld werd met behulp van „geometrische Verwandtschaften". Over dit boek zegt hij niets dan goeds.

In het nieuwe leerplan worden enige eisen gesteld aan de vraagstukken bij het wiskundeonderwijs. Als we onze vraagstukken hieraan toetsen, is er nog wel het een en ander aan te verbeteren. In de eindexamenvraagstukken 1958 van het gymnasium over stereometrie kwamen gelukkig geen puzzeltjes meer voor. Mocht dit werkelijk een blijvende verbetering van het examenwerk inluiden, dan zal het mogelijk zijn, de vele tijd, die nu nog voor ingewikkelde vraagstukken en examendressuur uitgetrokken moet

---

[2]) Emile Borel, Géométrie; Librairie Armand Colin, Paris.

[3]) Gonseth und Marti, Planimetrie; Orell Fussli Verlag, Zürich-Leipzig.

[4]) Lambacher und Schweizer — Geometrie. Lambacher-Schweizer Unterrichtswerke; Ernst Klett Verlag; Stuttgart.

[5]) Euclides 34e jaargang II blz. 33—37.

[6]) Kuno Fladt, Didaktik und Methodik des mathematischen Unterrichts. Hirschgraben-Verlag Frankfurt a.M. blz. 145, 280.

worden, aanzienlijk te beperken. Verder kan men opmerken, dat in de laatste decennia er bij de ontwikkeling van de wiskunde een tendens aanwezig is, die er op gericht is, dat de algebra en de analyse een veel grotere plaats gaan innemen dan vroeger. Ook de statistiek staat tegenwoordig in het middelpunt van de belangstelling. Noodzakelijk moet de meetkunde dan op de achtergrond raken. Dit komt waarschijnlijk, doordat de toepassingsmogelijkheden van algebra en analyse veel groter zijn dan die van meetkunde.

Van het antwoord op de vraag naar de waarde van het meetkundeonderwijs zal het afhangen, hoe we onze inleidende cursus moeten samenstellen en welke leerstof we moeten behandelen.

Kuno Fladt vertelt, dat de meetkunde in Duitsland op de lagere school met knippen en plakken wordt ingeleid. Als dat hier ook zou gebeuren, zou dat voor het wiskundeonderwijs een steun kunnen zijn. Maar persoonlijk voel ik er niets voor de inleidende cursus daarvoor te gebruiken. Dit kost te veel tijd en deze tijd kan m.i. voor nuttiger dingen besteed worden.

Dan voel ik meer voor de methode van Dr. Vredenduin, die in zijn inleidende cursus tracht, de leerlingen voor te bereiden op de deductieve methode.

Volgens mij is de waarde van het meetkundeonderwijs gelegen in het aanbrengen van ruimteïnzicht en het laten kennismaken met de deductieve methode [7]. Als we onze eisen daarbij wat matigen, moet dit in minder dan $8\frac{1}{2}$ wekelijks lesuur kunnen gebeuren.

Dr. van Dop en ik zijn in onze „Nieuwe Vlakke Meetkunde" begonnen met het invoeren van translaties, rotaties en spiegelingen en bij het gebruik in de klas voldoet deze methode mij bijzonder goed. De leerlingen krijgen daarbij direct begrip van constructies, congruenties en symmetrieën. Bovendien vinden ze het begin van de meetkunde eenvoudig en daarmee is al veel gewonnen. Het heeft verder nog het voordeel, dat het, zoals door prof. R. Brisac [8]) werd aangetoond, axiomatisch verantwoord is.

Zeer verwonderd heb ik mij dan ook over een opmerking van Dr. J. Koksma. Tot tweemaal toe beweerde hij in een recensie van de Nieuwe Vlakke Meetkunde, dat de beweging van vlakke figuren tot de kinematica leiden moet. Van een zo buitengewoon goed recensent hadden we toch mogen verwachten, dat hij wist, dat de bewegingen, als U wilt de transformaties, tot het gebied van de

[7]) Zie Dr. D. van Dantzig: The function of mathematics in modern society and its consequence for the teaching of mathematics. Noordhoff.

[8]) Robert Brisac, Exposé élémentaire des principes de la Géométrie Euclidienne; Gauthier-Villars, Paris.

meetkunde horen en dat ze in het buitenland al lang een voorname plaats bij het begin van het meetkundeonderwijs innemen.

De transformaties maken het mogelijk, de congruentiegevallen bij driehoeken direct uit de constructies af te leiden.

Ook lijkt het me gewenst, de vlakke meetkundelessen in de onderbouw te besluiten met een inleiding tot de axiomatiek. Het is dan mogelijk, dit onderwerp op een enigszins verantwoorde wijze te behandelen.

In Nieuwe Vlakke Meetkunde III hebben we ons aangesloten bij de groepentheoretische opbouw van de vlakke meetkunde, die door Brisac gegeven is. Er komt dan een ongezochte gelegenheid om iets over groepentheorie te behandelen. Bij de behandeling van de axiomatiek in de vierde klas bleek mij, dat de groepentheorie geen ernstige moeilijkheden oplevort, maar dat de „tussen" relatie door de leerlingen niet begrepen wordt. We hopen dan ook zeer dat er een goede oplossing zal komen van de prijsvraag over axiomatiek van het Wiskundig Genootschap.

Ik geloof niet, dat ik veel nieuws vertel, als ik enige mogelijkheden opsom, die er zijn om het meetkundeonderwijs te vereenvoudigen:

1. Alle vraagstukken in de vlakke meetkunde afschaffen, waarbij een hulplijn getrokken moet worden, die niet direct door het probleem wordt voorgeschreven.
2. Veel constructievraagstukken en de regelmatige vijf- en tienhoek onderbrengen bij de geschiedenis van de wiskunde.
3. Hoogtelijn-, bissectrice- en zwaartelijncultuur afschaffen.
4. Oppervlakten bij de vlakke meetkunde kort behandelen en de oppervlakten en inhouden bij de stereometrie met de integraalrekening behandelen. We zijn dan vrij zeker, dat hierover geen ingewikkelde vraagstukken op het eindexamen zullen worden opgegeven.

Mochten deze veranderingen over enige tijd niet meer tot de vrome wensen behoren, maar werkelijk in ons onderwijs doordringen, dan geloof ik, dat we tijd zullen kunnen vinden om de vectoren bij de planimetrie, de stereometrie en de analytische meetkunde te behandelen en de axiomatiek tot zijn recht te doen komen. Er zou dan misschien ook tijd kunnen overblijven voor statistiek.

In de tweede klas heb ik een poging gewaagd om iets over vectorrekening te behandelen als inleiding tot de vermenigvuldiging van figuren. De leerlingen vonden het eerst vreemd, maar na enige lessen was het toch mogelijk om het merendeel van hen de optelling,

de aftrekking en de commutatieve eigenschap van de optelling van vectoren duidelijk te maken. Een poging om de vectorrekening bij de meetkunde een blijvende plaats te doen innemen lijkt me dan ook alleszins verantwoord. Hieraan zullen wel verscheidene experimenten moeten vooraf gaan.

Het doet misschien vreemd aan, dat ik zo kort na de invoering van het nieuwe programma, dat m.i. een grote verbetering is, al weer nieuwe veranderingen voorstel, maar ik geloof, dat we moeten blijven zoeken en experimenteren om nog meer verbeteringen te kunnen aanbrengen.

Het is nl. duidelijk, dat met één programmawijziging de achterstand van eeuwen, die het meetkundeonderwijs op school bij de wetenschap heeft, niet kan worden ingehaald.

RECREATIE

15. a. Iemand heeft 3^n muntstukken, waaronder één valse. Deze is van de andere alleen te onderscheiden door zijn afwijkend gewicht. Het is bekend, dat de valse munt zwaarder (event. lichter) dan de andere is. Hij heeft tot zijn beschikking een weegschaal met twee schalen zonder gewichten. Hoe kan hij in n wegingen vinden, welke munt de valse is?

b. Iemand heeft p muntstukken, waaronder één valse, die van de andere alleen te onderscheiden is door zijn afwijkend gewicht. Het is niet bekend, of de valse munt lichter of zwaarder is dan de overige. Hij heeft tot zijn beschikking een weegschaal met twee schalen zonder gewichten. Bovendien heeft hij een voldoend aantal muntstukken, waarvan hij reeds weet, dat ze echt zijn. Ga na, hoe groot p kan zijn, als men met resp. 1, 2, 3, . . . wegingen uit kan maken, welke de valse munt is. Hoeveel munten, waarvan de echtheid reeds vaststaat, heeft men daarbij nodig?

OPLOSSINGEN

(zie voor de opgaven het vorige nummer).

13. Kies de tijd als derde coördinaat en zet deze loodrecht op het vlak, waarin de beweging plaatsheeft, af. De beweging van de vier schepen wordt dan voorgesteld door een viertal rechten, die in een plat vlak gelegen zijn. In het algemeen zullen dus ook 3 en 4 elkaar ontmoeten.

14. Omdat $x \doteq z$, is het bewijs fout.

VERSCHEIDENHEDEN

door

Prof. dr. O. BOTTEMA

XLII. *Nogmaals het probleem van de verloren schat.*

Het eenvoudige vraagstuk van de verloren schat, behandeld in Verscheidenheden XXXVIII [1]) heeft aanleiding gegeven tot reacties van verschillende zijde. Met toestemming van de redactie volgt hier een overzicht van de ontvangen opmerkingen.

De stelling kwam hierop neer. Als de driehoek ABC is gegeven, AC om A wordt gewenteld over een rechte hoek tot AC_1, BC om B in tegengestelde zin eveneens over een rechte hoek tot BC_2, dan is het midden P van C_1C_2 onafhankelijk van C; P is hoekpunt van een gelijkbenig-rechthoekige driehoek op AB als schuine zijde beschreven.

1. Van meer dan één kant deelt men mede dat het vraagstuk voorkomt bij G. Gamow, *One, two, three, . . . infinity,* (Mentor Book), in welke publicatie er een romantisch *treasure island* verhaal omheen wordt geweven; op de plaats van C zou daarbij aanvankelijk een galg hebben gestaan. Volgens mijn oorspronkelijke berichtgever moet de stelling overigens wel van oudere datum zijn.

2. Door ook uit C de loodlijn op AB te trekken kan men het in XXXVIII gegeven bewijs uiteraard ontdoen van elke goniometrische terminologie. Men kan het dan laten berusten op eenvoudige congruentiestellingen en op de stelling van de middenparallel in een trapezium. Men merkt op dat het daarmee behandeld kan worden in een lage klas van een middelbare school, waar het om zijn verrassend element algemeen waardering vindt.

3. Het volgende elegante bewijs is van H. W. Lenstra. Verbind M en P met het midden N van AC_2 (fig. 1). Dan is $MN = \frac{1}{2}BC_2 = \frac{1}{2}a$, $PN = \frac{1}{2}AC_1 = \frac{1}{2}b$, MN en PN staan resp. loodrecht op BC en AC, dus $\angle MNP = \angle BCA$. Daaruit volgt dat driehoek PMN met driehoek ABC gelijkvormig is en ten opzichte daarvan over een rechte hoek gedraaid ligt. De conclusie is: PM staat loodrecht op AB en $PM = \frac{1}{2}c$.

[1]) Euclides 34, blz. 210.

4. Enigermate verwant hiermee is de volgende fraaie beschouwing van J. A. Huneman (fig. 2). C' is hoekpunt van het parallelogram $BCAC^1$. Nu is $C_1A = C'B$, $AC' = BC_2$ en $\angle C_1AC' = \angle C'BC_2$

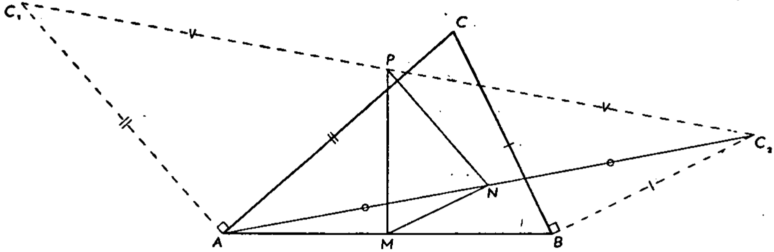


Fig. 1

$(= \frac{1}{2}\pi + \gamma)$, zodat de driehoeken C_1AC' en $C'BC_2$ congruent zijn. Daar C_1A loodrecht op $C'B$ staat en AC' loodrecht op BC_2 zal ook

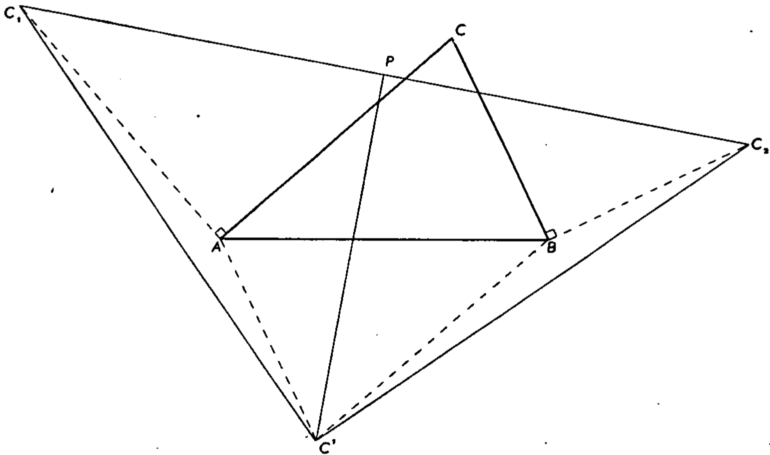


Fig. 2

C_1C' loodrecht op $C'C_2$ staan. De driehoek $C_1C'C_2$ is dus rechthoekig-gelijkbenig. Is P het midden van C_1C_2 dan is dus $PC_1 = PC' = PC_2$, terwijl de hoek bij P recht is. De draaiing om P over een rechte hoek voert C_1 over in C' en C' in C_2 en dus driehoek $C_1C'A$ in driehoek $C'C_2B$ of wel A in B. Hieruit volgt dat $PA = PB$ en $\angle$ APB recht is.

5. De omstandigheid dat elke keuze voor C tot het punt P voert, heeft tot consequentie dat bij een oneindig aantal punten C dezelfde rechte C_1C_2 zal moeten behoren. Huneman beantwoordt de vraag naar de meetkundige plaats dezer punten met de volgende analytische beschouwing. Kies een rechthoekig assenstelsel met het mid-

den M van AB tot oorsprong en AB als X-as. Dan is $A = (-p, 0)$, $B = (p, 0)$. Is C het punt (x_1, y_1) dan is $C_1 = (-p - y_1, p + x_1)$ en $C_2 = (p + y_1, p - x_1)$. Het midden van C_1C_2 is blijkbaar $P = (0, p)$. De verbindingslijn C_1C_2 heeft de vergelijking $x_1x + (p + y_1)(y - p) = 0$. Bij veranderlijke x_1 en y_1 staat hier de waaier door P. Voor het exemplaar hiervan met richtingscoëfficiënt m geldt blijkbaar $-x_1 = m(p + y_1)$. De punten C waarbij dit exemplaar behoort vormen dus de rechte $x + m(p + y) = 0$. Voor veranderlijke m staat hier de waaier met $P' = (0, -p)$ tot top. De conclusie is: zij P' het spiegelpunt van P ten opzichte van AB; de meetkundige plaats van de punten C waarvoor de rechte C_1C_2 valt langs een gegeven rechte l door P is een rechte door P' en wel die welke loodrecht op l staat.

6. Dr. J. T. Groenman werpt de vraag op of de draaiingen over *rechte hoeken* voor de stelling wezenlijk zijn. Stel dat C_1 uit C ontstaat door draaiing om A over de hoek φ en C_2 uit C door draaiing om B over dezelfde hoek φ in tegengestelde zin; P zij weer het midden van C_1C_2. Voor zijn afstand tot AB vindt men

$$PP' = \tfrac{1}{2}[b \sin(\alpha + \varphi) + a \sin(\beta + \varphi)]$$

of na enige herleiding

$$PP' = \frac{1}{2} c \left[\sin\varphi + \frac{2 \sin\alpha \,.\, \sin\beta}{\sin\gamma} \cos\varphi\right]$$

terwijl de ligging van P' wordt bepaald door

$$MP' = \frac{1}{2} c \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\gamma} \cos\varphi.$$

Opdat voor elk punt C hetzelfde punt P wordt gevonden moeten PP' en MP' onafhankelijk zijn van α en β. Dat is ten duidelijkste alleen het geval als $\cos\varphi = 0$. Alleen draaiingen over een rechte hoek zijn dus toegestaan.

7. Aan al deze beschouwingen willen wij nog de volgende opmerkingen toevoegen. Allereerst brengen wij de in 6) verkregen uitkomsten in eenvoudiger gedaante. Wij kiezen daartoe het in 5) gebruikte rechthoekige coördinatenstelsel, zodat $C = (x_1, y_2)$, $c = 2p$.

Men heeft dan $\sin\alpha = \dfrac{y_1}{b}$, $\cos\alpha = \dfrac{p + x_1}{b}$, $\sin\beta = \dfrac{y_1}{a}$, $\cos\beta = \dfrac{p - x_1}{a}$.

Substitueert men dit in de uitdrukkingen voor PP' en MP' en stelt men de coördinaten van P door x_2, y_2 voor, dan krijgt men de betrekkingen

$$x_2 = x_1 \cos\varphi, \quad y_2 = y_1 \cos\varphi + p \sin\varphi$$

die men uiteraard ook wel meer rechtstreeks kan vinden. Hieruit leest men de eenvoudige verwantschap tussen C en P af: P *wordt uit* C *verkregen door de gelijkvormigheidstransformatie met centrum* M *en de factor* $\cos \varphi$, *gevolgd door de translatie loodrecht op* AB *over de afstand* $p \sin \varphi$. Deze transformatie is alleen dan singulier als $\cos \varphi = 0$; de homothetie trekt dan alle punten C in M samen en elk punt C komt tenslotte in $(0, p)$ terecht.

8. Dat bij draaiingen over tegengestelde, niet-rechte hoeken de stelling die ons bezighoudt onmogelijk kan gelden blijkt ook uit het volgende, dat de gehele constructie nog in een ander licht stelt. Wij maken ons los van een bepaalde driehoek ABC en vragen ons af wat met de punten van het vlak gebeurt onder de respectievelijke rotaties. De draaiing om A over de hoek φ_1 zij als transformatie T_1 aangeduid; T_2 is de draaiing om B over φ_2 in tegengestelde zin. Hebben de puntenparen C_1 en C_2 een constant midden P, dan zij T de spiegeling in P, dus de draaiing om P over de hoek π. Onmiddellijk blijkt nu dat het product $T_1^{-1}TT_2$ gelijk is aan de eenheidstransformatie. Immers aan een willekeurig punt C wordt door T_2 het punt C_2 toegevoegd, aan dit laatste door T het punt C_1 en aan dit weer door T_1^{-1} het punt C. Daar het product van twee draaiingen, ook als zij verschillende centra hebben een draaiing is over een hoek, gelijk aan de som der rotatiehoeken, moet gelden $\varphi_1 + \varphi_2 \equiv \pi$ (mod. 2π). Hieruit volgt dat voor $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ de oplossing beperkt is tot $\varphi = \pm \frac{1}{2}\pi$. Maar tevens blijkt onmiddellijk dat wij toch aan ons vraagstuk een natuurlijke uitbreiding kunnen geven door niet langer vast te houden aan rotaties met gelijke hoeken. Immers $\varphi_1 + \varphi_2 = \pi$ voert steeds tot het doel en is de wezenlijke conditie voor de invariantie van het midden van C_1 en C_2 want $T = T_1T_2^{-1}$ is nu een rotatie over π en haar centrum is het bewuste punt P. Wij vatten het gevondene als volgt samen. *Gegeven zij de driehoek* ABC. *Aan* C *wordt door rotatie om* A *over de willekeurige hoek* φ *het punt* C_1 *toegevoegd en door rotatie om* B *in tegengestelde richting over de hoek* $\pi - \varphi$ *het punt* C_2. *Dan is het midden* P *van* C_1 *en* C_2 *onafhankelijk van* C. Men gaat gemakkelijk na waar P ligt: driehoek APB is rechthoekig in P, $\angle \mathrm{BAP} = \frac{1}{2}\varphi$, $\angle \mathrm{ABP} = \dfrac{\pi - \varphi}{2}$. Voor $\varphi = \frac{1}{2}\pi$ vinden wij de stelling die ons uitgangspunt was.

Het hier gevolgde bewijs voor de generalisatie kan uiteraard door verschillende meer elementaire gedachtengangen worden vervangen. Het betoog uit 3) is daarvoor zeer geschikt. Ook in het meer algemene geval wordt namelijk driehoek PMN met ABC gelijkvormig,

maar de stand van de eerste volgt thans uit de tweede door een rotatie over φ.

Ook de beschouwingen uit 5) zijn overdraagbaar. Met hetzelfde assenstelsel vindt men thans voor de coördinaten van C_1:

$$x = (p + x_1) \cos \varphi - y_1 \sin \varphi - p, \quad y = (p + x_1) \sin \varphi + y_1 \cos \varphi$$

en voor die van C_2:

$$x = (p - x_1) \cos \varphi + y_1 \sin \varphi + p, \quad y = (p - x_1) \sin \varphi - y_1 \cos \varphi$$

zodat hun midden P de coördinaten heeft:

$$x = p \cos \varphi, \qquad y = p \sin \varphi$$

terwijl de door P gaande rechte C_1C_2 de vergelijking krijgt

$$(x - p \cos \varphi)(x_1 \sin \varphi + y_1 \cos \varphi) + \\ + (y - p \sin \varphi)(- x_1 \cos \varphi + y_1 \sin \varphi + p) = 0.$$

Deze heeft de richtingscoëfficiënt m indien

$$x_1 \sin \varphi + y_1 \cos \varphi + m(- x_1 \cos \varphi + y_1 \sin \varphi + p) = 0.$$

De meetkundige plaats der punten C waarbij een gegeven rechte l door P behoort is de rechte l' met de vergelijking

$$x(\sin \varphi - m \cos \varphi) + y(\cos \varphi + m \sin \varphi) + mp = 0.$$

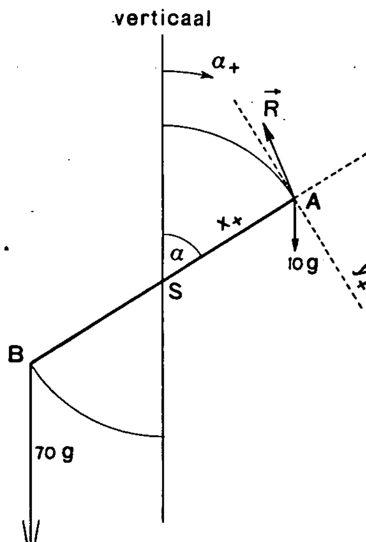
Bij variabele m staat hier de waaier met top $P'(p \cos \varphi, - p \sin \varphi)$, dat is ook thans het spiegelbeeld van P in AB. De hoek tussen l en l' is φ.

DE DYNAMICA VAN HET VASTE LICHAAM IN HET 4e VRAAGSTUK VAN HET EINDEXAMEN MECHANICA H.B.S.-B 1959

door

H. G. BRINKMAN

In Euclides 1959/1960, jaargang 35, no. 1, verklaart de Heer Dr. H. Streefkerk dit vraagstuk volkomen ongeschikt, omdat o.a. toepassing van de wet van behoud van mechanisch arbeidsvermogen bij de oplossing ervan foutief zou zijn. Hier volgt een oplossing van 4a, waarbij van deze wet wel gebruik gemaakt is en waarbij tevens een der door de Heer Streefkerk genoemde extra vragen is beantwoord (het berekenen van de kracht $\vec{R}$, die de staaf op het massapunt A uitoefent, als de staaf 60° is gedraaid).



Als vast lichaam wordt beschouwd het stelsel bestaande uit de beide massapunten A en B en de staaf. De kracht in S is niet getekend. Het A.v.P. van het stelsel wordt nul gesteld als A in zijn hoogste stand is. Mav betekent mechanisch arbeidsvermogen.

$$\text{Mav}(0) = \text{Mav}(\alpha)$$

$\frac{1}{2}(10 + 70) \cdot 5^2 \cdot 40^2 + \frac{1}{2}(10 + 70)\dot{\alpha}^2 \cdot 40^2 + (70 - 10) \cdot 10^3 \cdot 40$
$(1 - \cos\alpha)$,
waaruit

$$\dot{\alpha}^2 = \frac{75}{2} \cos\alpha - \frac{25}{2}. \qquad (1)$$

Als $\alpha = \frac{1}{3}\pi$ rad, dan $\dot{\alpha} = \pm \frac{5}{2}$.

De gevraagde hoeksnelheid is dus $\frac{5}{2} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.

Nu de berekening van de kracht $\vec{R}$. Zie de figuur voor de keuze van het assenstelsel. We beschouwen het massapunt A.

Uit (1) volgt $2\dot{\alpha}\ddot{\alpha} = -\frac{75}{2} \sin\alpha \cdot \dot{\alpha}$,

waaruit

$$\ddot{\alpha} = -\frac{75}{4} \sin\alpha. \qquad (2)$$

$\vec{K} = m\vec{a}$ of $\{K_x, K_y\} = m\{\dot{\alpha}^2 r, \ddot{\alpha} r\}$.

Uit (1) en (2)

$$\{10^4 \cos\alpha + R_x, 10^4 \sin\alpha + R_y\} =$$

$$10 \left\{\left(\frac{75}{2} \cos\alpha - \frac{25}{2}\right) 40, -\frac{75}{4} \sin\alpha \cdot 40\right\}.$$

Als $\alpha = \frac{1}{3}\pi$ rad, dan

$$\{5000 + R_x, 5000\sqrt{3} + R_y\} = \{2500, -3750\sqrt{3}\},$$

waaruit

$$\vec{R} = \{-2500, -8750\sqrt{3}\} \text{ dyne}.$$

Heb ik met deze oplossing de grenzen van het leerplan of het examenreglement overschreden? Voor wie deze niet precies weet laat ik ze hier afdrukken. (Zie ook Dr. J. H. Wansink, De plaats van de mechanica in ons V.H.M.O., Euclides 1952/1953, jaargang 28, no. 2).

Uit het algemeen leerplan h.b.s.-B. (K.B. van 28 mei 1954, Stb. 244, het laatst gewijzigd bij K.B. van 22 jan. 1959, Stb. 19).

Mechanica. Klassen IV en V.

Beginselen der kinematica en der dynamica. Ten behoeve van het onderwijs in de natuurkunde worden zo spoedig mogelijk de harmonische beweging en de be-

grippen arbeid en arbeidsvermogen behandeld. Beginselen der statica. Algemene herhaling.

Uit het reglement en programma eindexamen h.b.s.-B. (K.B. van 8 juni 1929, Stb. 310, het laatst gewijzigd bij K.B. van 9 juni 1955, Stb. 240).

Mechanica.

Het examen omvat de eerste beginselen van de leer der bewegingen en der krachten. Geëist wordt de kennis van de eenparige en eenparig veranderlijke bewegingen en de leer der samenstelling van die bewegingen; de dynamische grondbegrippen met toepassing op eenvoudige gevallen van beweging, ook van verbonden lichamen; eenhedenstelsels; de samenstelling van krachten en koppels; de leer van het zwaartepunt en zijn plaatsbepaling voor enkele zeer eenvoudige lichamen; eenvoudige gevallen van evenwicht, ook met inachtneming van de wrijving (geen tapwrijving); de leer van arbeid en arbeidsvermogen met toepassing op eenvoudige gevallen van beweging.

De candidaat behoort zowel door het beantwoorden van vragen over onderwerpen, die in de theorie behandeld zijn, als door het oplossen van vraagstukken, te kunnen tonen, dat deze onderwerpen zijn eigendom zijn geworden.

Van de zijde der Inspectie is hierop in 1929 de volgende toelichting gegeven.

De cirkelvormige beweging behoort stellig tot het programma der mechanica; zij behoort tot de eenvoudige gevallen van beweging en is een der weinige voorbeelden, die men behandelen kan van de kromlijnige beweging. Deze beweging ook dynamisch te behandelen, nl. de veranderlijke beweging in een verticale cirkel als toepassing van de leer van het arbeidsvermogen. Hoewel de botsing niet tot het examen-programma behoeft gerekend te worden, verdient het aanbeveling de volkomen veerkrachtige en de volkomen onveerkrachtige botsing wel op de les te behandelen; dit onderwerp behoort tot de toepassingen van de leer van het arbeidsvermogen en kan van belang zijn voor het natuurkundeonderwijs.

De termen massapunt en vast lichaam komen niet voor. De begrippen wel, maar nergens staat dat de toepassing van de arbeidswetten beperkt zal worden tot de massapunten. Wat de mechanica betreft voldoet deze oplossing dus aan de gestelde regels. Wat de wiskunde betreft ook, want als iemand (nu in 1959 nog) bezwaar mocht maken tegen het gebruik van differentiaalrekening, laat hij dan in de oplossing van 4a de $\dot{\alpha}$ vervangen door ω, zij is dan zelfs vrij van een symbool voor een afgeleide.

Wat de arbeidswetten betreft dient de kandidaat te weten de definities voor het A.v.B. en het A.v.P. van een vast lichaam bestaande uit twee massapunten verbonden door een staaf zonder massa en het principe „de totale arbeid verricht door de inwendige krachten is gelijk aan nul".

Een verklaring van dit principe ligt eerder binnen het bereik van het begrip van een leerling als een compleet bewijs van de stelling van arbeid en arbeidsvermogen van beweging voor een massapunt. Niemand neemt er aanstoot aan als deze stelling wordt gebruikt in gevallen, waarin zij niet bewezen is. Weet de kandidaat ook nog dat het stelsel der inwendige krachten in evenwicht is, dan kan hij zelfs de kracht in S berekenen.

Leerplan noch programma voor het eindexamen geven zekerheid, dat de volgende vragen niet gesteld zullen worden:

Verklaar wat er gebeurt als een kracht werkt op een staaf, die in rust is. Verklaar wat er gebeurt als een koppel werkt op een staaf, die in rust is. De arbeidswetten en de laatstgenoemde onderwerpen zijn toch van het allergrootste belang voor de toepassing van de mechanica. Als iemand, met enige technische kennis, deze vragen stelt aan een leerling, en als deze laatste er geen passend antwoord op weet, dan heeft dat tot gevolg, dat hij terecht gaat twijfelen aan het praktisch nut van hetgeen hij tijdens zijn mechanicalessen heeft geleerd.

In de toelichting op het eindexamen-programma wordt de beweging langs een cirkel genoemd als een eenvoudig geval van beweging. De harmonische beweging langs een rechte of cirkel zal dan zeker behoren tot de eenvoudige gevallen van beweging, immers van deze is de plaatsfunctie expliciet in de tijd gegeven, hetgeen bij de beweging van een massapunt langs een verticale cirkel niet het geval is. Ook wordt de harmonische beweging in het leerplan genoemd. Staan ons misschien nog nieuwe verrassingen te wachten?

Tot 1944 was het de gewoonte van veel collega's om te veronderstellen, dat ze konden volstaan met de behandeling van één eenhedenstelsel, nl. het c.g.s.-stelsel.

Tot 1954 was het de gewoonte van de meeste collega's om te veronderstellen, dat de behandeling van het hoofdstuk „absolute-, relatieve- en sleepbeweging" wel kon worden overgeslagen.

Tot 1959 was het de gewoonte van bijna alle collega's om te veronderstellen, dat de dynamica van het vaste lichaam niet op het eindexamen zou worden gevraagd.

Maar gewoonte maakt hier geen wet, brengt zelfs geen verandering in de uitleg van een K.B., want in genoemde jaren werden er vragen gesteld op het eindexamen, waarbij kennis van de vermelde onderwerpen nodig, althans zeer wenselijk was. Zo zien we, dat autoriteiten het ons wel moeilijk maken om 100 $^0/_0$ zeker te zijn over de omvang van de stof, die we moeten behandelen, door steeds weer als gewoontebrekers op te treden.

Moeten leerplan en programma voor het eindexamen dan precieser omschreven worden? Liever niet. Het land wemelt al van regelmaniakken, die meer kwaad dan goed doen aan het fundamentale intellectuele werk, waaronder ik nog steeds het lesgeven aan een school voor V.H.M.O. reken. Ook leidt een verregaande detaillering in de omschrijving van leerplan en programma licht tot een beknotting van de didactische vrijheid van de leraar. Bij de meeste leraren bestaat geen verlangen naar zo'n beknotting, bij autoriteiten, naar ik hoop, daaraan geen behoefte. Mocht een onervaren leraar eens in moeilijkheden geraken, laat hij dan niet al te vlug roepen om hulp, in de vorm van voorschriften, maar bedenken, dat een goede vakkennis zekerheid biedt voor het zelfstandig kunnen oplossen van veel moeilijkheden. Dat betekent op een wijze, die past bij de beste tradities in onze lerarenwereld. Bovendien lijkt mij, dat het opstellen van een duidelijke en bevredigend onpartijdige tekst, in de taal der kanselarij, op grote bezwaren zou stuiten. Want laat ons eens letten op de teksten van eindexamenprogramma en toelichting. Het programma is al op te vatten als een nadere omschrijving van een der aspecten van het leerplan. Het programma dan wilde heel eenvoudig eenvoudig duidelijk zijn en sprak daarom eenvoudig van eenvoudige gevallen van eenvoudige onderwerpen met eenvoudige toepassingen, waarbij hetwoord eenvoudig vier maal werd gebruikt. Maar eenvoud bleek hier niet het kenmerk van het ware. De inspectie, die een K.B. nu eenmaal niet in alle eenvoud ten grave kan dragen, kwam daarom in inspectorale eenvoud met een toelichting en verklaarde eenvoudig een geval, waarvan de leraren in hun eenvoud niet wisten of het eenvoudig was, tot eenvoudig. Daarmee waren niet alle moeilijkheden opgelost. Ieder van ons weet, dat er telkens weer verschil van mening is over wat men onder de eenvoudige gevallen moet rekenen.

Ik ben het dus niet eens met de Heer Streefkerk. Als eerste poging om de dynamica der vaste lichamen wat meer in de belangstelling te brengen acht ik 4a zeer geslaagd en om te peilen of een kandidaat werkelijk iets heeft begrepen van de beweging van een massapunt langs een cirkel en van de hoofdstelling der dynamica vind ik 4b voortreffelijk.

Laten we tenslotte, in dit verband, autoriteiten, die onze gewoontes verstoren, niet zien als kwelgeesten, maar laten we blij zijn, dat ze ons met hun prikjes behoeden voor 100 % zekerheid in zaken van onderwijs. Daarmee werken zij stimulerend op het onderhouden van de vakkennis en behoeden zij ons voor verstarring en bovenmatige zelfgenoegzaamheid, waardoor het leven op school, tenminste naar mijn gevoel, ondragelijk vervelend zou worden.

UIT HET VERSLAG VAN DE COMMISSIE VOOR DE STAATSEXAMENS H.B.S. IN 1958

WISKUNDE I

h.b.s.-B

De subcommissie Wiskunde I is van mening, dat de prestaties der kandidaten zich in stijgende lijn blijven bewegen; in het bijzonder was het schriftelijk werk beter dan in vorige jaren.

De commissie beperkt zich daarom tot de volgende opmerkingen:

a. Vele kandidaten drukken zich slecht uit; zo kan bijv. de definitie van een logaritme of van een rekenkundige óf meetkundige reeks zelden in een behoorlijke volzin worden gegeven. Velen verwisselen de begrippen vierkantsvergelijking, kwadratische functie en parabool. Zo bezit een functie snijpunten met de assen; soms heeft de functie ook een top en de parabool een minimum.

b. Het komt nog herhaaldelijk voor, dat bij herleiding van logaritmische vormen het grondtal 10 volkomen onnodig wordt ingevoerd. In vele gevallen ligt een ander grondtal meer voor de hand.

c. Het tekenen van de grafieken van goniometrische functies gebeurt in het algemeen redelijk; vergelijkingen worden behoorlijk opgelost; ook kunnen vele kandidaten handig werken bij herleidingen. De trigonometrie daarentegen wordt vaak onvoldoende beheerst; het berekenen van de overige elementen van een driehoek, als daarvan drie zijn gegeven, biedt moeilijkheden. Vooral de zgn. tangensregel was verwaarloosd.

WISKUNDE II

h.b.s.-B

Bij de stereometrie bleek voor verscheidene kandidaten het construeren van de afstand van twee kruisende rechten moeilijkheden te geven, terwijl deze constructie toch in elk leerboek vermeld staat.

Het bewijs dat twee rechten elkaar loodrecht kruisen, werd herhaalde malen foutief teruggebracht tot de loodrechte stand van twee vlakken.

Nog steeds bleken vele kandidaten zich weinig te houden aan de afspraken omtrent het strepen en trekken van projecties van rechten en doorgangen van vlakken die in de beschrijvende meetkunde gebruikelijk zijn.

Bij het mondeling onderzoek konden vele kandidaten geen stereometrische verklaring geven voor de gebruikte constructies. Zo lieten vele kandidaten verstek gaan bij de vraag waarom een punt in een vlak ligt, als ze dit werkstuk met behulp van een hoofdlijn uitgevoerd hadden.

WISKUNDE

h.b.s.-A

De resultaten van het schriftelijk examen waren dit jaar iets beter dan in 1957. Enkele kandidaten slaagden er in bij het mondeling examen hun cijfers nog iets te verbeteren. Helaas kwam ook het tegenovergestelde voor. Slechts bij een paar kandidaten bleek, dat ze zich in het geheel niet hadden voorbereid op het examen wiskunde.

Zeer velen hadden zich hetzij door gebrek aan tijd, hetzij door gebrek aan belangstelling onvoldoende voorbereid.

De klacht over het zich onbeholpen uitdrukken, over het mishandelen van stellingen en over het geven van wonderlijke definities moet herhaald worden. Routine bij het maken van vraagstukken ontbreekt nog dikwijls.

In het bijzonder moet worden opgemerkt, dat nagenoeg geen enkele kandidaat in staat was een eenvoudige ongelijkheid op te lossen, terwijl de kennis van kwadratische functies en grafische voorstellingen over het geheel genomen beslist onvoldoende was.

MECHANICA

h.b.s.-B

Het schriftelijk werk gaf geen aanleiding tot bijzondere opmerkingen. Er moge alleen nog eens op gewezen worden dat de figuur, die voor de oplossing van een vraagstuk noodzakelijk is, zoveel mogelijk in de goede verhoudingen getekend wordt. Dit voorkomt dikwijls het maken van fouten in de berekening.

Bij de mondelinge examens bleek, zelfs bij gevallen van evenwicht onder invloed van drie krachten, het construeren van die krachten nogal eens moeilijkheden op te leveren. Opvallend was ook dat vrij veel kandidaten, die het mondelinge examen moesten afleggen, slecht overweg konden met arbeid en arbeidsvermogen. Dit betreft dus onderwerpen, die voortdurend ter sprake komen, en er kan blijkbaar niet genoeg op gewezen worden, dat een oppervlakkige kennis daarvan ontoereikend is om met succes het examen in de mechanica af te leggen.

UIT HET VERSLAG VAN DE STAATSEXAMENCOMMISSIE-1958

WISKUNDE

De subcommissie voor wiskunde meent te kunnen constateren, dat in 't algemeen de kandidaten kennis genomen hebben van de verslagen van de voorgaande jaren.

Dat in vele gevallen een onvoldoende cijfer moest worden toegekend, was het gevolg van een ontstellend gebrek aan wiskundig inzicht en van te weinig routine in het maken van vraagstukken.

A-examens

Bij de algebra konden vele kandidaten eenvoudige vormen niet vlot herleiden. Het berekenen van de uiterste waarde van een kwadratische functie (zonder formule) gaf dikwijls grote moeilijkheden. Bij het oplossen van ongelijkheden werden grove fouten gemaakt. Zo werd gezegd, dat $\frac{x+1}{x-2} > 3$ gelijkwaardig is met $x + 1 > 3(x - 2)$ en dat $\frac{x}{x-1} > 1$ gelijkwaardig is met $x(x - 1) > 1$. Waarschijnlijk komt deze laatste fout voort uit de naar de mening van de subcommissie ongewenste methode om een ongelijkheid van het type $\frac{x}{x-1} > 0$ op te lossen door deze te vervangen door $x(x - 1) > 0$. De vaak gehoorde bewering, dat uit $x(x - 2) > 0$ volgt $x > 2$ *en* $x > 0$ [1]), is logisch niet verantwoord.

[1]) Waarschijnlijk bedoelt de commissie hier: $x<0$. (Red.)

Bij de meetkunde waren de kandidaten dikwijls niet in staat elementaire stereometrische begrippen te definiëren. Velen waren niet aan de bestudering van bol, cilinder en kegel toegekomen.

Zelfs waren sommige kandidaten de voor hen fatale mening toegedaan, dat een A-kandidaat bestudering van de wiskunde kan verwaarlozen.

B-examens

De subcommissie heeft zich ook op het mondeling examen der B-kandidaten gehouden aan de beperkingen, die met betrekking tot het schriftelijk examen vervat zijn in de circulaire, die in 1957 van de inspectie is uitgegaan. De inhoud van deze circulaire is ook afgedrukt in Euclides, 33e jaargang no. IV (blz. 126—128).

De B-examens gaven dit jaar geen aanleiding tot bijzondere opmerkingen.

Het gemiddeld cijfer door de A-kandidaten behaald bedraagt voor de stelkunde 4,7 (vorig jaar 4,8) en voor de meetkunde 4,8 (4,8). Voor de B-kandidaten bedragen deze cijfers voor de stelkunde 5,2 (5,9), voor de meetkunde 5,7 (5,5) en voor de trigonometrie en analytische meetkunde 5,0 (6,3).

BOEKBESPREKING

Martin Davis, *Computability and Unsolvability.* McGraw-Hill Book Company, Inc., New York-Toronto-London 1958. xxv + 210 pp., 58 sh.

Laat f een functie zijn die aan elk natuurlijk getal m een natuurlijk getal $n = f(m)$ als functiewaarde doet beantwoorden. Men kan f aanduiden als een *effectief berekenbare functie* als er een rekenvoorschrift R bestaat dat ons veroorlooft, voor willekeurige m de bijbehorende functiewaarde $f(m)$ te bepalen. Het begrip *effectief berekenbaar* krijgt natuurlijk pas een scherp bepaalde inhoud, als men een terminologie T vastlegt met behulp waarvan de rekenvoorschriften geformuleerd moeten worden.

Is T eenmaal gekozen, dan is het mogelijk de in T formuleerbare rekenvoorschriften R in een rij $R_1, R_2, R_3, \ldots$ te rangschikken. Zodoende krijgt men tevens een aftelling $f_1, f_2, f_3, \ldots$ van alle effectief berekenbare functies. Voor de functie F, bepaald door:

$$F(m) = f_m(m) + 1,$$

is in deze rij klaarblijkelijk geen plaats, zodat deze functie F niet effectief berekenbaar kan zijn.

Tegen deze gedachtengang is aan te voeren dat de inhoud van het begrip *effectief berekenbaar* als hier omschreven nog afhangt van de toevallige keuze van T. Een rekenvoorschrift voor F moge niet formuleerbaar zijn in T, dit sluit de mogelijkheid niet uit, een passend rekenvoorschrift R voor F nochtans met behulp van een rijkere terminologie T' te formuleren.

Onderzoekingen waaraan de namen verbonden zijn van Skolem, Herbrand, Gödel, Kleene, E. L. Post, Turing, A. Church en P. Bernays hebben evenwel kort na 1930 geleid tot het inzicht, dat er terminologieën T bestaan, die een grondslag verschaffen voor de formulering van ieder redelijkerwijze acceptabel rekenvoorschrift R. Enkele van de genoemde onderzoekers hadden namelijk, onafhankelijk van elkaar, terminologieën T geconstrueerd met de bedoeling, zulk een grondslag te leveren; achteraf bleken deze terminologieën, hoewel zeer uiteenlopend, gelijkwaardig te zijn: is een rekenvoorschrift R formuleerbaar in één van de bedoelde terminologieën, dan is het ook formuleerbaar in alle andere.

Men zal natuurlijk de vraag stellen, hoe het dan staat met de hierboven bedoelde functie F; het is de moeite waard, bij deze vraag een ogenblik stil te staan. Laat dus T één der zojuist bedoelde terminologieën zijn. Dan kunnen we effectief een aftelling R_1^0, R_2^0, R_3^0, ... geven van alle in T mogelijke uitspraken die *zich voordoen als rekenvoorschriften*. Of zulk een uitspraak werkelijk een bruikbaar rekenvoorschrift is, dat voor elk natuurlijk getal m een ondubbelzinnig bepaalde functiewaarde $f(m)$ oplevert, moet echter van geval tot geval worden onderzocht. Stel nu eens dat er een methode van onderzoek was, die voor elke uitspraak R_k^0 in eindig veel stappen de beslissing leverde. We zouden deze methode dan achtereenvolgens op alle uitspraken R_1^0, R_2^0, R_3^0, ... kunnen toepassen en zodoende een aftelling R_1, R_2, R_3 ... van alle werkelijk bruikbare rekenvoorschriften verkrijgen. En dan zou er een effectief berekenbare functie F bestaan, waarvoor in T geen rekenvoorschrift formuleerbaar is. Maar T was zó gekozen, dat in T voor *iedere* effectief berekenbare functie een rekenvoorschrift te formuleren is! Bijgevolge is een methode als zojuist omschreven niet denkbaar.

Met andere woorden, het vraagstuk: *voor gegeven k te onderzoeken of R_k^0 een bruikbaar rekenvoorschrift is*, is *onoplosbaar* in die zin, dat een voor elke k bruikbare uniforme en effectieve oplossingsmethode niet kan bestaan.

We hebben hiermee niet alleen de termen „computability" en „unsolvability" in de titel van het hier te bespreken boek verklaard, maar ook een zeker inzicht verkregen in het verband tussen deze termen en daarmee in de strekking van het werk in zijn geheel. Ik wil nu nog even stilstaan bij de inhoud ervan.

Wat de keuze van de terminologie betreft, sluit Davis zich aan bij Turing, die aan een rekenvoorschrift R de vorm geeft van een beschrijving van een geïdealiseerde rekenmachine; deze keuze is mede bepaald door de overweging, dat er een zekere analogie bestaat tussen „Turing machines" en rekenautomaten. Het boek gaat echter ook in op het verband tussen Turing's terminologie en andere, gelijkwaardige, terminologieën.

Voorts biedt de schrijver een vrijwel volledige behandeling van de theorie van de verschillende klassen van functies die aansluiten bij de fundamentele klasse van de effectief berekenbare functies, en op de toepassing van deze theorie bij het bewijs dat allerlei mathematische problemen niet vatbaar zijn voor een effectieve oplossing. Speciale voorkennis op het gebied van rekenkunde of logica is voor de studie van het boek niet vereist; het kan worden aanbevolen als een veilige gids op een nog moeilijk begaanbaar terrein.

E. W. Beth

M. Vertregt, *Grondbeginselen van de ruimtevaart*; De Erven F. Bohn N.V., Haarlem, 1959; XVI + 208 blz., geb. *f* 16.—.

„Dit boek richt zich tot de werkelijk geïnteresseerde lezer die in staat wil zijn zich een eigen oordeel te vormen over de mogelijkheden en bereikte resultaten van de ruimtevaart." Deze werkelijk geïnteresseerde lezer wordt naar mijn mening niet teleurgesteld en hij zal er de schrijver met mij om bewonderen, dat hij in het zeer prille beginstadium, waarin zich de ruimtevaart bevindt, een overzicht als dit van de huidige stand van zaken wist samen te stellen. Graag beveel ik het aan voor docenten, die de leerstof met toepassingen op een gebied, dat zeker belangstelling zal genieten, aantrekkelijker willen maken. Dat de wiskundige kennis van de h.b.s. voldoende is om de berekeningen te kunnen begrijpen, hoop ik met de schrijver. Het boek is fraai uitgevoerd.

H. W. Lenstra

INGEKOMEN BOEKEN

Theodor Litt, *Das Allgemeine im Aufbau geisteswissenschaftlicher Erkenntnis*, zweite Aufl., Acta Paedagogica XVI, J. B. Wolters, Groningen, 1959. 72 blz. *f* 3,90.

Birkenhäger en Machielsen, *Nieuw Algebra-Boek* I, 17e dr.; deel II, 14e dr.; deel III, 9e dr., P. Noordhoff, Groningen.

C. J. Alders, *Algebra voor MO en VHMO* deel I, 36—38e dr., P. Noordhoff, Groningen.

C. J. Alders, *Planimetrie voor MO en VHMO*, 4e—6e dr., P. Noordhoff, Groningen.

C. J. Alders, *Stereometrie voor MO en VHMO*, 13e—14e dr., P. Noordhoff, Groningen.

Dr. P. M. van Hiele, *Development and learning progress.* A study of some aspects of Piaget's psychology in relation with the didactics of mathematics, Acta Pedagogica Ultrajectina XVII, J. B. Wolters, Groningen *f* 2,25.

Vredenduin-van Haselen, *Nieuwe Algebra*, III, 3e dr., J. B. Wolters, Groningen.

Coster-van Dop-Streefkerk, *Nieuwe Algebra voor de onderbouw*, III, J. B. Wolters, Groningen.

OFFICIËLE MEDEDELING VAN WIMECOS

Voorlopige agenda van de ALGEMENE VERGADERING van de Vereniging van leraren in de wiskunde,de mechanica en de cosmografie (WIMECOS) op *dinsdag 29 december* 1959 in „*Esplanade*", *Lucas Bolwerk, Utrecht.* Aanvang 10,30 (Esplanade is vanaf het station met stadsbus lijn 2 te bereiken.)

1. Opening door de voorzitter dr. Joh. H. Wansink.
2. Notulen van de algemene vergadering van 29 december 1958.
3. Jaarverslagen (a) van de secretaris, b) van de penningmeester, c) van de kascommissie, d) van de redaktie van „EUCLIDES", e) van de commissie voor de leesportefeuille).
4. Décharge van de penningmeester en benoeming nieuwe kascommissie.
5. Bestuursverkiezing wegens periodieke aftreding van de heren C. J. Alders en dr. P. G. J. Vredenduin.
6. Voordracht van prof. dr. R. Timman te Delft over:
   Moderne ontwikkelingen in de toegepaste wiskunde.

Pauze

In de middagvergadering, aanvangend $\pm$ 14, 15:

7. Voordracht van dr. P. G. J. Vredenduin te Arnhem over:
   Het verslag der nomenclatuurcommissie.
8. Rondvraag.
9. Sluiting.

N.B. Deze mededeling geldt tevens als voorlopige convocatie voor de leden van Wimecos. Deze kunnen tot uiterlijk 1 december nieuwe agendapunten voorstellen bij de secretaris, Charlotte de Bourbonlaan 64, Zeist.

J. F. Hufferman,
secretaris.

KALENDER

Mededelingen voor deze rubriek kunnen in het volgende nummer worden opgenomen, indien zij binnen drie dagen na het verschijnen van dit nummer worden ingezonden bij de redactie-secretaris, Singel 13, Hoogezand.

VOORDRACHTEN MATHEMATISCH CENTRUM

In de serie „Elementaire onderwerpen vanuit hoger standpunt belicht", in het MC, 2e Boerhaavestraat 49, Amsterdam op woensdag 25 november 1959: Mr. J. van IJzeren: „Definities van log z en e^z, die verband houden met de zgn.verdubbelingsformule uit de vlakke meetkunde". Aanvang 20.00 uur.

In de serie „Actualiteiten", in „Krasnapolsky", Warmoesstraat 173—199, Amsterdam op zaterdag 28 november 1959:

Dr. C. G. Lekkerkerker: .... Onderwerp nog niet bekend.

Aanvang 14.00 uur.

CONGRES VAN LERAREN IN DE WISKUNDE EN DE NATUURWETENSCHAPPEN

Dit congres, georganiseerd door Liwenagel, Velebi, Velines en Wimecos wordt weer gehouden op maandag 25 april 1960 te Utrecht. Het thema voor het congres is: Het V.H.M.O. en de vooruitgang van de wetenschap. Nadere mededelingen zullen t.z.t. volgen.

De secretaris van het congres
J. F. Hufferman
Ch. de Bourbonlaan 64, Z.iste.

WISKUNDE WERKGROEP VAN DE W.V.O.

Twaalfde conferentie-weekeinde op 14 en 15 november 1959 in „De Grasheuvel", de Genestetlaan 9, Amersfoort o.l.v. Prof. Dr. H. Freudenthal. Centraal onderwerp:

„*Vernieuwing van het wiskunde-onderwijs door nieuwe programma's en door nieuwe didactische methoden*".

Inleidingen van Dr. P. M. van Hiele, Prof. Dr. Howard F. Fehr (New York), Dr. W. J. Thijssen, Prof. Dr. H. Freudenthal.

Nadere inlichtingen en aanmeldingen bij H. C. Vernout, Nouhuysstraat 11, Haarlem.

AKTEN K I EN K V

De Staatssecretaris van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen brengt ter kennis van belanghebbenden, dat hij voornemens is te bevorderen, dat nog gelegenheid wordt gegeven tot het afleggen van het examen ter verkrijging van

1. de middelbare akte K I tot 1 januari 1962,
2. de middelbare akte K V tot 1 januari 1963,

volgens de bepalingen, zoals die golden op 31 augustus 1954.